HOJA N° 1

FECHA

GUÍA 1 – ELECTROESTATICA EN EL VACÍO

LEY DE COULOMB

1

A– $Q_1 = +1,5\ \mu C$
$Q_2 = +4\ \mu C$ } ESTAN SEPARADAS 10 cm

DE μC A C → $1\ \mu C$ ——— 1×10^{-6} C

$Q_1 = 1,5 \times 10^{-6}$ C

$Q_2 = 4 \times 10^{-6}$ C

$d = 0,1$ M

$K = 9 \times 10^{9}\ \frac{NM^2}{C^2}$

ELIJO LA QUE QUIERO QUE RECIBA LA F. ELECTRICA

$$F_{2/1} = \frac{K Q_1 Q_2 \cdot (\vec{R}_1 - \vec{R}_2)}{|R_1 - R_2|^3}$$

$$F_{2/1} = \frac{9 \times 10^{9} \cdot 1,5 \times 10^{-6} \cdot 4 \times 10^{-6}\ (0\text{M} - 0,10\text{M})}{|0,10\text{M}|^3}$$

$$F_{2/1} = -5,4\ N\ \check{i}$$

B– UTILIZO UNA CARGA DE PRUEBA (+)

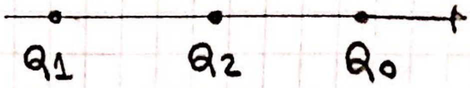
1 CASO)

COMO AMBAS FUERZAS SON (+) APLICARAN F.R

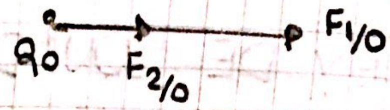
ESTAS DOS NO SE ANULAN

NOTA

2 CASO)

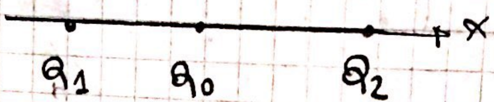


PASA LO MISMO QUE EN EL PRIMER CASO SOLO QUE EN SENTIDO CONTRARIO



CUANTA MAS DISTANCIA HAY ENTRE CARGAS MAS INTENSIDAD.

3 CASO)



EN ESTE CASO LAS FUERZ[AS] SE ANULARIAN PORQUE TIE[NEN] SENTIDOS OPUESTOS

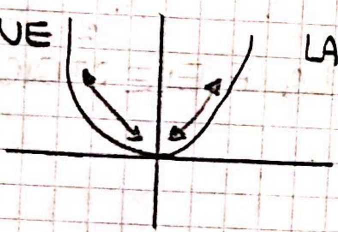
PERO PARA QUE TENGAN IGUAL MODULO Q_0 DEBE ESTAR MAS CERCA DE Q_2 YA QUE LOS C DE 1 SON MENORES.

C –

→ NO DEPENDE DEL VALOR DE NI EL SIGNO DE Q_0.

ESTA EN EQUILIBRIO ESTABLE

YA QUE

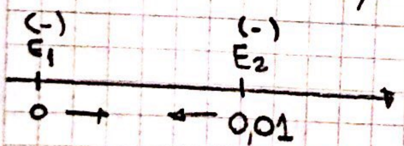


LA MUEVA PARA UN LADO O OTRO SIEMPRE TIENDE A VOLVER (PORQUE LA Q_0 ES (+) Y SE REPELAN).

2

$d = 0{,}01$ m ENTRE DOS ELECTRONES (–)

CARGA DE E $= -1{,}6 \times 10^{-19}$ C



$$F_{1/2} = \frac{9 \times 10^9 \cdot (-1{,}6 \times 10^{-19})^2 \cdot (0{,}01-0)}{(0{,}01)^3}$$

$F_{1/2} = 2{,}3 \times 10^{-24}$ N $\check{i}$.

$F_{2/1} = -2{,}3 \times 10^{-24}$ N $\check{i}$

$F_G = 5{,}52 \times 10^{-67}$

CUANDO LOS VALORES MASA Y CARGA DE UN OBJETO SON COMPARABLES LA $F_G << F_E$. TMB DEPENDE DE LA DISTANCIA

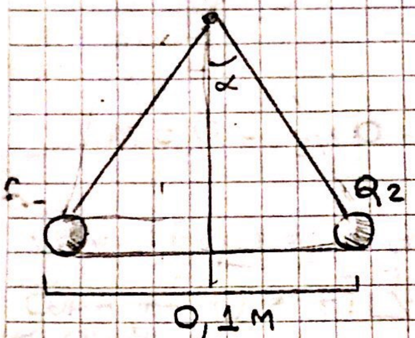
HOJA N° 2

FECHA

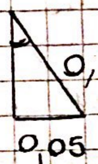
3 DOS ESFERAS → $M = 0{,}5\,g = 5 \times 10^{-4}\,kg$ } ⊜ CARGA

$d = 10\,cm = 0{,}1\,M$

$L = 15\,cm = 0{,}15\,M$



CALCULAR LA CARGA DE Q1, Q2

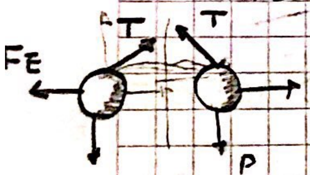


$SEN\ \alpha = \frac{0{,}05}{0{,}15} =$

$SEN\ \alpha = 0{,}33$

$\alpha = 19{,}3°$

NEWTON EN EQUILIBRIO



COMO SON CARGAS IGUALES SE REPULSAN

$COS\ \alpha = \frac{A}{0{,}15} =$

$COS\ 19{,}3 \cdot 0{,}15 = A$

$A - 0{,}14\ M$

$x)\ T\ SEN(\alpha) = F_E$

$y)\ T\ COS(\alpha) = P \rightarrow T = \frac{MG}{COS\alpha}$

$x)\ MG\ TAN\alpha = \frac{K\,\overbrace{Q_1 Q_2}^{SON\ ⊖}}{d^2}$ → (ES EL MODULO)

$MG\ TAN(\alpha) = \frac{K\,Q^2}{d^2}$

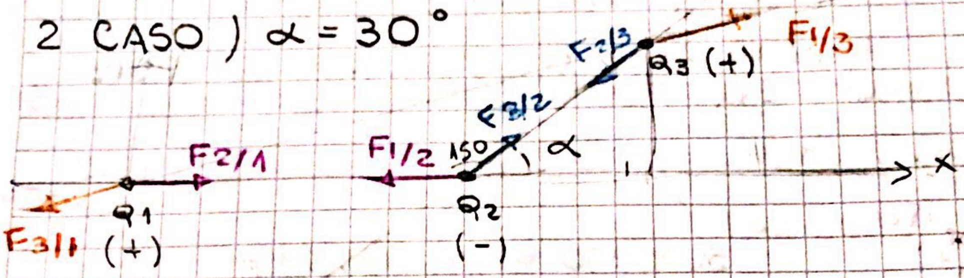
$Q = 4{,}39 \times 10^{-8}\ C$

SI TRIPLICO EL ANGULO, COMO LAS CARGAS SE REPULSAN LA DISTANCIA ENTRE ELLAS TMB ES MAYOR.

$Q \times 3 = 1{,}31 \times 10^{-7} \rightarrow \alpha = 40°$

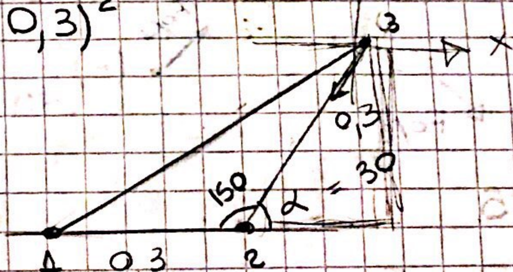
NOTA

2 CASO) $\alpha = 30°$



$\bullet\ |F_{2/1}| = \dfrac{K\,Q_1 Q_2}{d^2} = \dfrac{9\times10^{9} \cdot 1\times10^{-6} \cdot 2\times10^{-6}}{(0{,}3)^2}$

$\bullet\ |F_{2/1}| = 0{,}2\ N$



TEOREMA DEL COSENO

$(d_{1/3})^2 = (d_{1/2})^2 + (d_{2/3})^2 - 2\, d_{1/2} \cdot d_{2/3} \cos(150°)$

$(d_{1/3})^2 = 0{,}09 + 0{,}09 - 2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3\ \cos(150)$

$(d_{1/3})^2 = 0{,}18 + 0{,}16 = 0{,}34$

$d_{1/3} = \sqrt{0{,}34} = 0{,}58\ m$

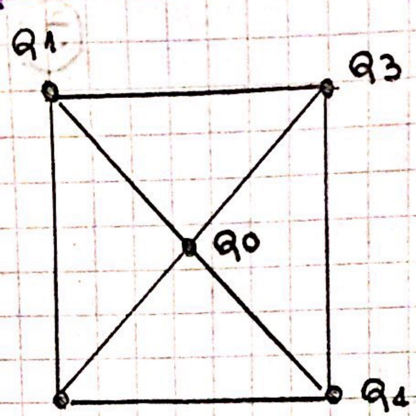
$\bullet\ |F_{1/3}| = \dfrac{9\times10^{9} \times 1\times10^{-6} \times 0{,}5\times10^{-6}}{0{,}34} = 0{,}0134\ N$

$\bullet\ |F_{1/3}| = 0{,}0134\ N$ (TENGO
EN X e

COMO SIGUE EL EJERCICIO ¿
HAY QUE DESCOMPONER NO.?

*

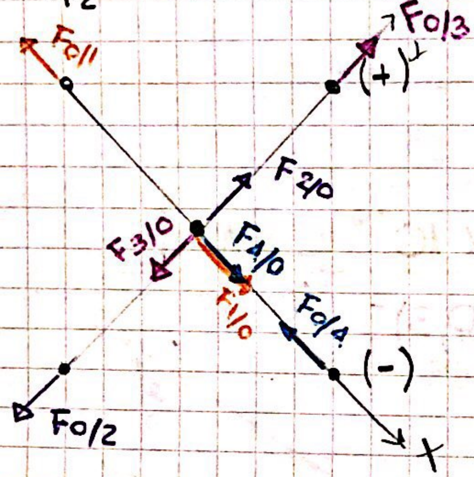
5.



$Q_3 = 2\,NC \ (+)$

$Q_4 = -1\,NC \ (-)$

HALLAR Q_1 Y Q_2 PARA QUE Q_0 ESTE EN EQUILIBRIO.



SUPONGO Q_0, Q_1, Q_2 (+)

$Q_0)$ $\quad x)\ F_4 + F_1 = 0 \rightarrow F_1 = -F_4$

$y)\ F_2 - F_3 = 0$

$\hookrightarrow F_2 = F_3$

$$F_2 = F_3 \rightarrow \frac{\cancel{K}\, \cancel{Q_0}\, Q_2}{\cancel{d^2}} = \cancel{K} \frac{\cancel{Q_0}\, Q_3}{\cancel{d^2}}$$

NOTO QUE EL VALOR NO DEPENDE DE Q_0

$Q_1 = 1\,NC$

$Q_2 = 2\,NC$

$\hookrightarrow$ TAMPOCO IMPORTA EL VALOR DE d YA QUE AL SER UN CUADRADO LAS DIAG SON TODAS IGUALES

HOJA N° 4

FECHA

6

A- FUERZA ELECTRICA SOBRE Q_0 UBICADA RANDOM

DISTRIBUCIÓN DE CARGA → LINEAL (λ)

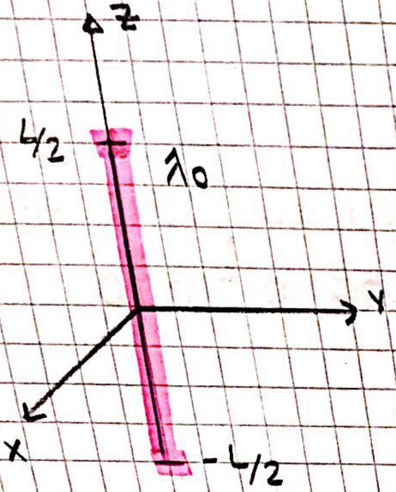
→ LARGO = L

→ UNIFORME λ_0

$\bar{F} = Q_0 \vec{E}$

CALCULO EL CAMPO

$$E(\bar{R}) = k \int \frac{dQ'(R-R')}{|R-R'|^3}$$



$$E(\bar{R}) = k \int \frac{\lambda_0 \, dL'(R-\bar{R}')}{|R-\bar{R}'|^3}$$

$\bar{R}$ = PUNTO CAMPO (Q_0) = $(x\check{i}, y\check{j}, z\check{k})$

$\bar{R}'$ = PUNTO FUENTE (DONDE HAY CARGA) → SOLO EN EL HILO

ENTONCES $z'\check{k}$ $\quad -L/2 \leq z \leq \frac{L}{2}$ (ESTA EN L)

dL' = LUGAR GEOMETRICO DE LAS CARGAS

$dL' = dz'$

$$E(\bar{R}) = k\lambda_0 \int \frac{x\check{i} + y\check{j} + z\check{k} - z'k}{|x\check{i} + y\check{j} + z\check{k} - z'\check{k}|^3} dz'$$

$$|x\check{i} + y\check{j} + (z-z')\check{k}|^3 = \left|\sqrt{x^2+y^2+(z-z')^2}\right|^3 =$$

$$(x^2+y^2+(z-z')^2)^{3/2}$$

NOTA

$$E(\bar{R}) = k\lambda_0 \int \frac{x\check{i} + y\check{j} + (z-z')\check{k}}{((x^2+y^2+(z-z')^2)^{3/2}} dz'$$

ESTA INTEGRAL SON 3 EN VERDAD

$$k\lambda_0 \left[\underbrace{\int_{-L/2}^{L/2} \frac{x\check{i}}{(x^2+y^2+(z-z')^2)^{3/2}} dz'}_{E_x} + \underbrace{\int_{-L/2}^{L/2} \frac{y\check{j}}{(x^2+y^2+(z-z')^2)^{3/2}} dz'}_{E_y} + \underbrace{\int_{-L/2}^{L/2} \frac{(z-z')\check{k}}{(x^2+y^2+(z-z')^2)^{3/2}} dz'}_{E_z} \right]$$

CADA INTEGRAL ME DA EL CAMPO EN ESA COMPONENTE

E_x, E_y SON LA MISMA INTEGRAL, POR LO TANTO DAN EL MISMO RESULTADO

$$E_z = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{(z-z')}{((x^2+y^2+(z-z')^2)^{3/2}} \check{k}\, dz' \longrightarrow \text{EN TABLA PAG 25 (207)}$$

$$E(R) = k\lambda_0 \left[\frac{(z+L/2)}{((x^2+y^2)(x^2+y^2+z+\frac{L}{2})^2)^{1/2}} - \frac{(z-L/2)}{(x^2+y^2)(x^2+y^2+(z-\frac{L}{2})^2)^{1/2}} \right]$$

$$\check{k} + (x\check{i} + y\check{j}) \frac{1}{((x^2+y^2+(z-\frac{L}{2})^2)^{1/2}} - \frac{1}{(x^2+y^2+(z+\frac{L}{2})^2)^{1/2}}$$

NOTA

B- COMPARAR LAS FUERZAS CUANDO Q_0 ESTA SOBRE EL PLANO MEDIATRIZ ($z=0$)

$\bar{R}$ = PUNTO CAMPO (Q_0) = $(x\check{i}, y\check{j}\ 0)$

$\bar{R}'$ = PUNTO FUENTE = $z\check{k}$

$dL' = dz'$

$$E(\bar{R}) = k\lambda_0 \int \frac{x\check{i}+y\check{j}-z\check{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\,dz' =$$

$$E(\bar{R}) = k\lambda_0 \int \frac{x\check{i}+y\check{j}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\,dz' + \int \frac{-z\check{k}}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\,dz'$$

$$E(R) = \frac{L}{\left((x^2+y^2)(x^2+y^2+(L/2)^2\right)^{1/2}}\,(x\check{i}+y\check{j})$$

C- SI EL HILO SE HACE ∞ DEBO TOMAR LIMITE PARA L PARA CADA COMPONENTE

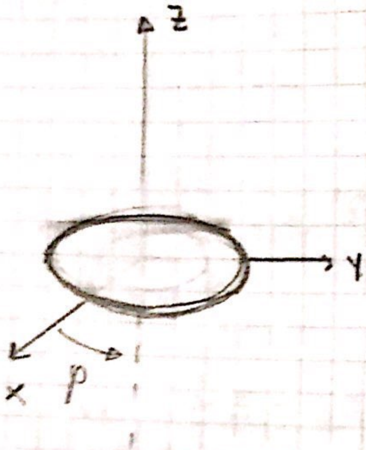
D- TODO DEPENDE DESDE DONDE LO ESTAMOS VIENDO.

CAMPO ELECTROESTÁTICO

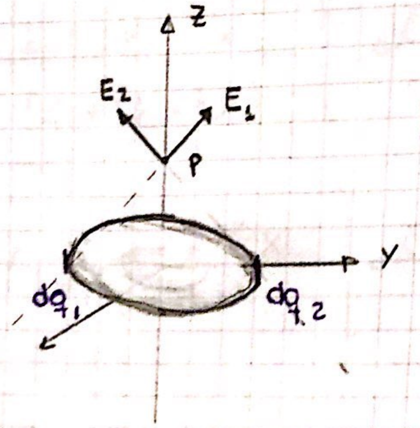
7

A - FORMA DE ANILLO $\begin{cases} R \\ \lambda_0 \end{cases}$

HALLAR E CON PUNTOS SOBRE EL EJE



EJE DEL ANILLO = Z



HACIENDO LA SUMA VECTORIAL OBTENGO QUE EL CAMPO TOTAL APUNTA EN Z ANULANDO Ex Ey

$$E(\bar{R}) = k\int \frac{dq'\,(\bar{R}-\bar{R}')}{|\bar{R}-\bar{R}'|^3} \qquad E_x = E_y = 0$$

$\bar{R}$ = PUNTO CAMPO $(0\ 0\ z)\,\check{k}$

$\bar{R}'$ = PUNTO FUENTE = $(R\cos(\varphi),\ R\,\mathrm{sen}(\varphi),\ 0)$

$dq' = \lambda_0\, dL' = \lambda_0 R\, d\varphi$ → JACOBIANO

↳ CILINDRICAS

$$E(\bar{R}) = k\int \frac{\lambda_0 R(-R\cos\varphi + -R\,\mathrm{sen}\,\varphi + z)}{((-R\cos\varphi)^2 - (R\,\mathrm{sen}\,\varphi)^2 + z^2)^{3/2}}\,d\varphi$$

$$E(R) = k\lambda_0 \int_0^{2\pi} \frac{R(-R\cos\varphi - R\,\mathrm{sen}\,\varphi + z)}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,d\varphi$$

$$E_x = k\lambda_0 \int_0^{2\pi} \frac{R(-R\cos\varphi)}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{-R^2\cos\varphi}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,d\varphi = 0$$

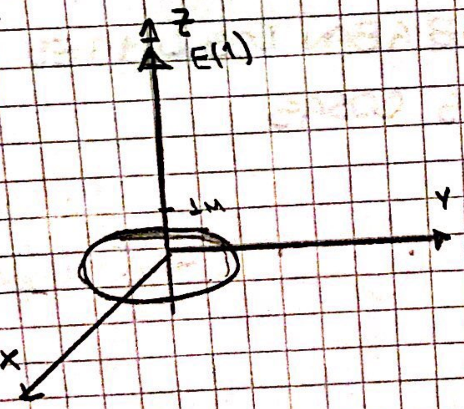
$$E_y = k\lambda_0 \int_0^{2\pi} \frac{-R^2\,\text{sen}\,\varphi}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,d\varphi = 0$$

$$E_z = k\lambda_0 \int_0^{2\pi} \frac{RZ}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,d\varphi = k\lambda_0 RZ \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

$$E_z = \left.\frac{\varphi}{R^2\sqrt{R^2+z^2}}\right|_0^{2\pi} = \frac{k\lambda_0 \cancel{R} z\, 2\pi}{R^{\cancel{2}}\sqrt{R^2+z^2}} = \frac{2\pi k\lambda_0 z}{R\sqrt{R^2+z^2}}$$

$$E_z = \frac{1}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0}\cdot\frac{\cancel{2\pi}\lambda_0 z}{R\sqrt{R^2+z^2}}$$

B-



$$E_z = \frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{\lambda_0 z}{R\sqrt{R^2+z^2}}$$

$\lambda_0 = 0{,}1 \times 10^{-6}$ C/M

$R = 0{,}05$ M

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2/NM^2

ELIJO $z = 1$ M

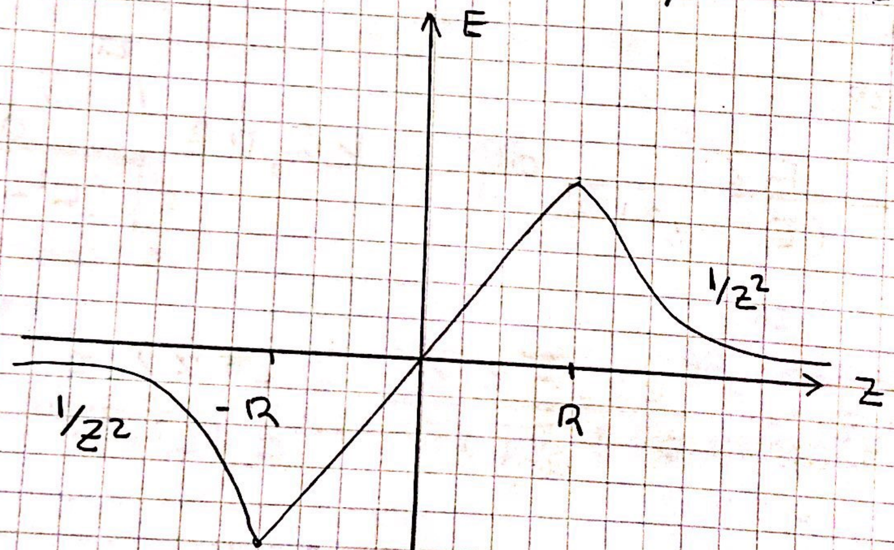
$$E_z = \frac{0{,}1 \times 10^{-6}}{2\cdot 8{,}85\times10^{-12}\cdot 0{,}05\cdot\sqrt{0{,}05^2+1^2}} = 70{,}5 \text{ N/C}$$

NOTA

C- LA DEPENDENCIA FUNCIONAL CON LA DISTANCIA AL CENTRO

Si $z >> R$ $\begin{cases} z > 0 \text{ ENTONCES } E(z) \text{ TMB } + \\ z < 0 \text{ ENTONCES } E(z) \text{ TMB } - \end{cases}$

Si $z << R$ → MATIENE SIGNO, ES LINEAL



D- Si λ NO FUERA UNIFORME CAMBIABAN LOS LIMITES DE INTEGRACIÓN DEPENDIENDO DE DOS COSAS

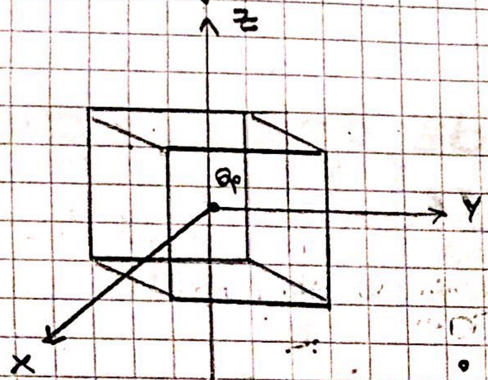
LEY DE GAUSS

10

$Q_0 = 1 \times 10^{-6}\,C$ ESTA EN EL CENTDO DE UN CUBO

$A = 0{,}5\ CM =$

$$\text{FLUJO} = \oiint \bar{E}\,\bar{ds} = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

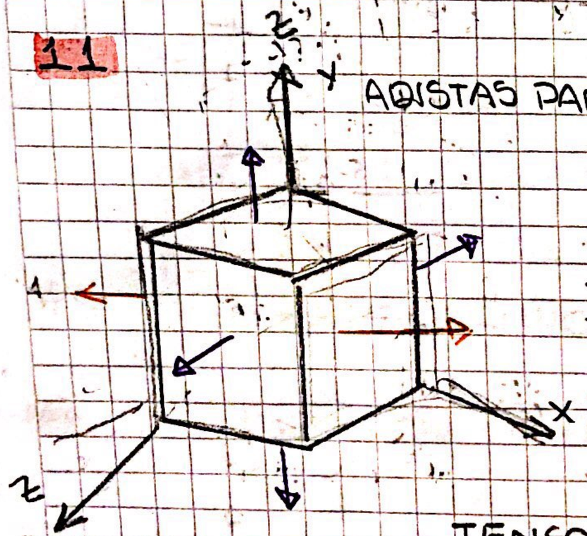


$$\text{FLUJO} = \frac{1 \times 10^{-6}\,C}{8{,}85 \times 10^{-12}} =$$

$$\text{FLUJO} = 112994{,}35\ \frac{NM^2}{C}$$

- LA CANTIDAD DE FLUJO NO CAMBIARIA YA QUE ES LA MISMA Qo ENCERRADA X OTRA SUP.

11



ARISTAS PARALELAS A LOS EJES CARTESIANOS

HALLAR : $\bar{ds} =$

- FLUJO
- Q ENC
- σ_0

$$\text{FLUJO} = \oiint \bar{E}\,ds$$

TENGO 6 LADOS

A- $\bar{E} = E_0\,\check{x} \rightarrow E(\bar{R}) = (E_0 \ \ 0 \ \ 0)$ EL CAMPO SOLO TIENE DIRECCION EN $\check{\imath}$

LAS 4 TAPAS VIOLETA DEL CUBO TIENEN $\phi = 0$ YA QUE LAS LINEAS DE CAMPO SON $\perp$ AL E.

LAS OTRAS DOS CARAS (PISO Y TECHO) SI TIENEN FLUJO PERO COMO SON $=$ PERO $\neq$ DIRECCION

NOTA - $\phi_{TOTAL} = 0$ $\quad \text{FLUJO} = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0 \rightarrow \neq 0} \Rightarrow Q_{ENC} = 0$

$dq = \lambda\, ds$

$\neq 0 \quad q = \lambda (L^2) \neq 0$

$\lambda = 0$

B- $E = E_0 x \check{x}$ $E(\bar{Q}) = (E_0 x, 0\ 0)$ DEPENDE DE LA POSICION DE X

SUCEDE LO MISMO CON LAS ARISTAS, SOLO DOS SOBREVIVEN

$$\text{FLUJO} = \iint_{A_1} \bar{E}\,\overline{ds} + \iint_{A_2} \bar{E}\,ds =$$

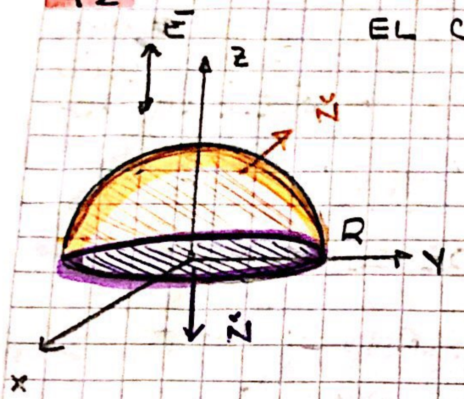
$$\text{FLUJO} = \int_0^A\int_0^A E_0 x\,\check{x}\,dy\,dz\,\overbrace{\check{x}}^{1} - \int_0^A\int_0^A E_0 x\,\check{x}\,dy\,dz\,\check{x}$$

$$\int_0^A\int_0^A E_0 x\,dy\,dz - \int_0^A\int_0^A E_0 x\,dy\,dz$$

C- $E = E_0 x^2$

D- $E = E_0 y\,\check{x} + E_0 x\,\check{y}$

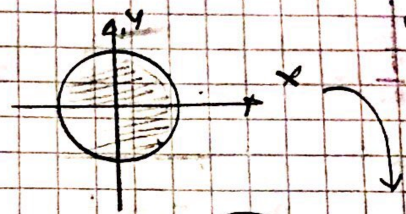
12



EL CAMPO ES // AL EJE Y ES CONSTANTE (UNIFORME)

$E(\bar{Q}) = E_0 \check{K}$ COMO ES CTE SOLO TIENE UN SENTIDO

TAPA =



SEMI ESFERA

LA TAPA LA AGREGUÉ YO PARA CERRAR LA SUP.

$$\text{FLUJO} = \iint_{\substack{\text{TAPA}\\(S_1)}} \bar{E} \cdot ds + \iint_{\substack{\text{SEMI}\\\text{ESFERA}\\(S_2)}} \bar{E}\, ds = 0$$

COMO LA DIV(E) = 0 XQ ES CTE EL FLUJO ES CERO

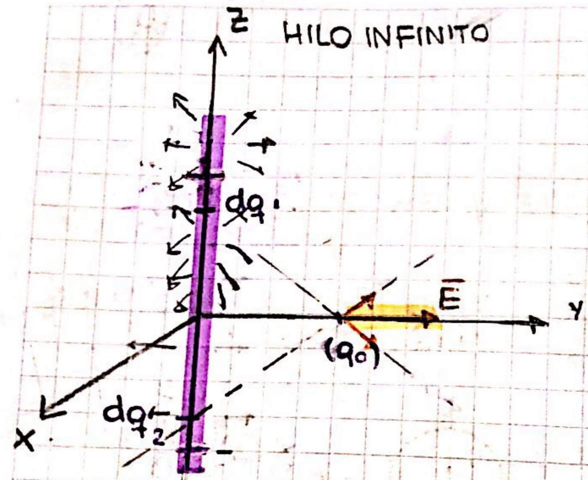
$$\phi_{S_1} = -\iint_{\text{TAPA}} E_0 \underbrace{\check{z} \cdot \check{z}}_{\cdot 1} ds = E_0 \underbrace{\iint ds}_{\text{SUP}} = E_0 \pi R^2$$

13 HALLAR EL CAMPO $\bar{E}$ EN TODO EL ESPACIO, JUSTIFICANDO

A- DISTRIBUCIÓN LINEAL INFINITA CON DENSIDAD UNIFORME

↳ HILO INFINITO CON λ_0

NOTA

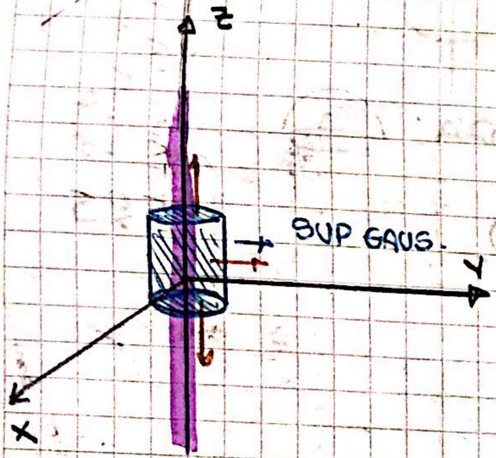


DIRECCIÓN:

- TOMANDO DOS dq DISTINTOS PODEMOS OBSERVAR QUE EL CAMPO TOTAL SUMATORIA TIENE DIRECCIÓN RADIAL ($\check{R}$).
ESTO ES PORQUE EN CUALQUIER PUNTO HAY LA MISMA CANTIDAD DE CARGA EN AMBOS LADOS.

DEPENDENCIA:

- SIMETRIA DE ROTACIÓN, YA QUE AL GIRAR EL HILO PODEMOS VER QUE LA DIRECCION DEL CAMPO NO CAMBIA
(NO DEPENDE DE φ)



- SIMETRIA DE TRASLACIÓN
AL MOVER EL HILO PARA ABAJO O PARA ARRIBA (EN DIRECCION $\check{Z}$) COMO EL HILO ES ∞ NO NOTAMOS NINGUN CAMBIO.
(NO DEPENDE DE $\check{Z}$)

COMO CONOCEMOS LA DIRECCIÓN Y DEPENDENCIA DEL CAMPO PODEMOS SACARLO AFUERA DE LA INTEGRAL

$$\oiint \bar{E}\,\bar{ds} = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

PARA PODER HACER ESTO ELIJO UNA SUP CERRADA QUE TENGA AL MENOS UNA SUP CON N PARALELO AL CAMPO DEL HILO
↓ CILINDRO

$$\underbrace{\iint_{TAPA_1} \cancel{\bar{E}\,\bar{ds}} + \iint_{TAPA\,2} \cancel{\bar{E}\,\bar{ds}}}_{\perp \text{ A MI CAMPO}} + \iint_{LAT} E\, ds = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

(TRABAJO EN CILINDRICAS)

$$\begin{cases} X = R\cos(\varphi) \\ Y = R\,\text{sen}(\varphi) \\ Z = Z \end{cases}$$

JACOBIANO

ALTURA DEL CILINDRO

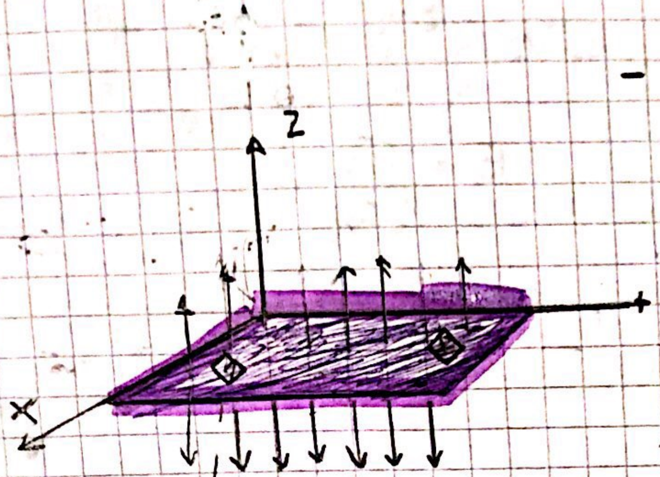
$$\iint_{LATERAL} \bar{E}\,\bar{ds} = E \int_0^{2\pi}\int_0^{H} R\, dz\, d\varphi = E\int_0^{2\pi} R\,H\, d\varphi = E.R.H\,2\pi$$

Q ENC POR GAUS

$$E.R.H.2\pi = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0} \longrightarrow E R \cancel{H} 2\pi = \frac{\lambda_0 . \cancel{H}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda_0}{2\pi . R . \varepsilon_0}\,\check{R}$$

B- DISTRIBUCIÓN PLANA (SUP) ∞ CON σ_0

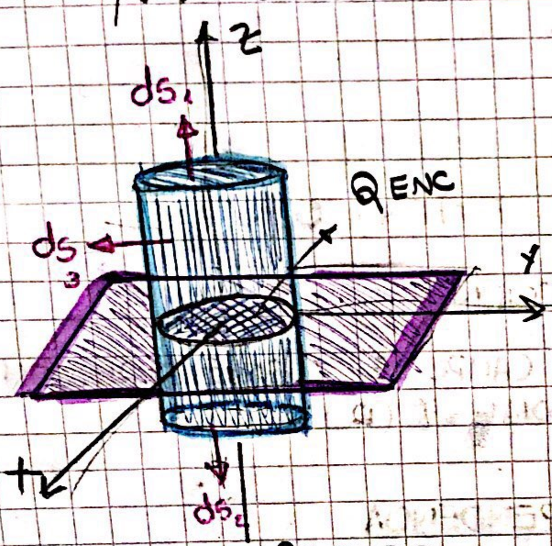


DIRECCIÓN:

- TOMANDO DOS dq PODEMOS OBS QUE LAS COMPONENTS X,Y DEL CAMPO SE CANCELAN, DEJANDO EL CAMPO EN DIRECCION $\check{z}$

DEPENDENCIA (CILINDRICAS)

- NO DEPENDE DE φ YA QUE AL ROTAR EL PLANO NO VEO NINGUN CAMBIO EN E
  ↳ SIMETRIA DE ROTACION
- NO DEPENDE DE R PORQUE SI MUEVO PARA LOS COSTADOS NO NOTO DIFERENCIA EN E (XQ ES ∞).
  ↳ SIMETRIA DE TRASLACION



SUP GAUSS → CILINDRO

$$\text{FLUJO} = \iint_{TAPA\,1} \bar{E}\,\bar{ds} + \iint_{TAPA\,2} \bar{E}\,\bar{ds} + \underbrace{\cancel{\iint_{LAT} \bar{E}\,ds}}_{\check{N}\text{ ES } \perp \text{ A } \bar{E}} = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$\iint_{TAPA\,1} E\,ds + \iint_{TAPA\,2} E\,ds = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$\iint E(\check{z})\,R\,d\varphi\,dR\,(\check{z}) + \iint \underbrace{E(-\check{z})}_{\text{DIRECCIÓN CAMPO}}\,R\,d\varphi\,dR\,\underbrace{(-\check{z})}_{\text{DIRECCION MIS EJES}}$$

$$2E\int_0^R\int_0^{2\pi} R\,d\varphi\,dR = 2$$

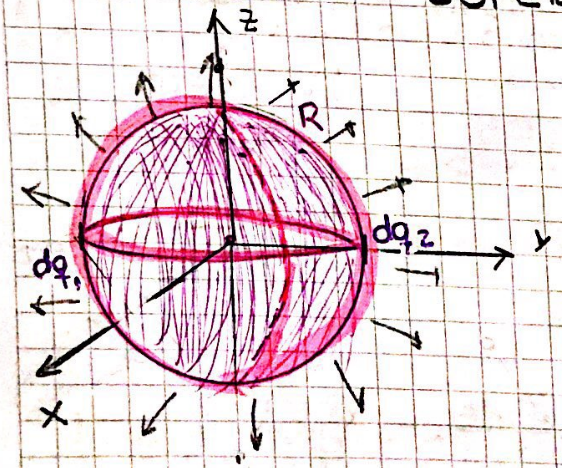
$$2E\int_0^R\int_0^{2\pi} R\, d\varphi dR = 2E\int_0^R R\, 2\pi\, dR = \cancel{2}E\frac{1}{\cancel{2}}R^2 \cdot 2\pi$$

$$2\pi E R^2 = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0} \longrightarrow 2\cancel{\pi} E \cancel{R^2} = \frac{\sigma_0 \cdot \cancel{\pi} \cdot \cancel{R^2}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \begin{cases} \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} & \text{sii } z>0 \\ -\dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} & \text{sii } z<0 \end{cases}$$

C – DISTRIBUCION ESFERICA (FINITA) CON ρ_0.



DIRECCIÓN:

– EL CAMPO E TIENE DIRECCION RADIAL $E(R)$

DEPENDENCIA:

$$dS = R^2 \operatorname{sen}\varphi \, d\varphi \, d\theta$$

(TRABAJO EN ESFERICAS.

COMO ME PIDEN EL $\vec{E}$ EN TODO EL ESPACIO TENGO QUE HACER DOS SUPS GAUSEANAS YA QUE EL CAMPO NO ES EL MISMO ADENTRO QUE AFUERA

R = RADIO DE LA ESFERA

A = RADIO DE LA GUASSEANA

$$\begin{cases} x = R \operatorname{sen}\theta \cos\varphi \\ y = R \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi \\ z = R\cos(\theta) \end{cases}$$

NOTA

CON $R > A$

$$\iint \bar{E}\, d\bar{s} = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$0 < \theta < \pi$
$0 < \varphi < 2\pi$

$$E \iint ds = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$E \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} R^2 \operatorname{sen}\theta \, d\varphi\, d\theta = \rho_0 \frac{4\pi A^3}{3\varepsilon_0}$$

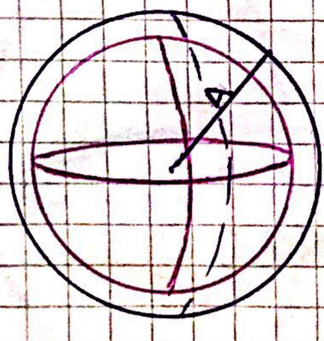
$$E \cdot R^2 \cdot 2\pi \cdot \int_0^{\pi} \operatorname{sen}\theta\, d\theta = E R^2 \cdot 2\pi\left(-\cos(2\pi) + \cos(0)\right)$$

$$E R^2 2\pi \cdot 2 \quad -1$$

$$\cancel{4\pi} R^2 E = \rho_0 \frac{\cancel{4\pi} A^3}{3\varepsilon_0}$$

$$E = \rho_0 \frac{A^3}{3R^2\varepsilon_0}$$

CON $R < A$



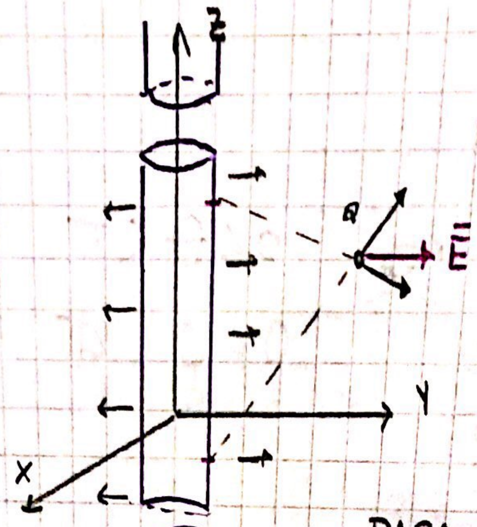
$$\iint \bar{E}\, d\bar{s} = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0} =$$

$$\cancel{4\pi} \cancel{R^2} E = \rho_0 \frac{\cancel{4\pi} R^{\cancel{3}}}{3\varepsilon_0} \longrightarrow E = \rho_0 \frac{R}{3\varepsilon_0}$$

$$E(\check{R}) = \begin{cases} \rho_0 \dfrac{A^3}{3R^2\varepsilon_0} & \text{sii} \quad R > A \\ \rho_0 \dfrac{R}{3\varepsilon_0} & \text{sii} \quad R < A \end{cases}$$

NOTA

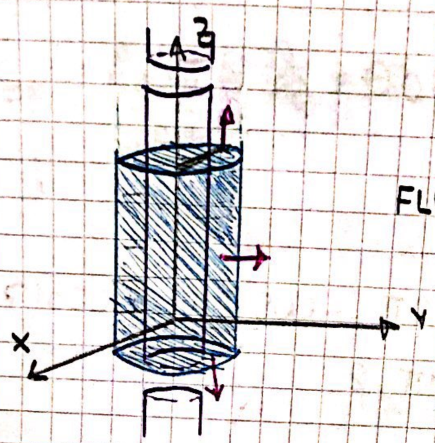
D- DISTRIBUCION CILINDRICA ∞ CON σ_0



LA DIRECCION DEL CAMPO ES RADIAL
↳ $E(\check{R})$

DEPENDENCIA → NO φ
↘ NO Z

PARA USAR GAUSS ELIJO UN CILINDRO MAS GRANDE



$$FLUJO = \iint E\,dS = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$\underbrace{\iint_{TAPA\,1} \bar{E}\,d\bar{S} + \iint_{TAPA\,2} \bar{E}\,d\bar{S}}_{0 \text{ xq } dS \perp \bar{E}} + \iint_{LAT} \bar{E}\,d\bar{S} = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$\iint_{LAT} \bar{E}\,d\bar{S} = \frac{Q_{ENC}}{\varepsilon_0}$$

$$E \int_0^{2\pi}\int_0^{H} R(\check{R})\,dz\,d\varphi\,(\check{R}) = \frac{\sigma_0\, 2\pi\, R\, H}{\varepsilon_0}$$

$$E\, \cancel{R}\, \cancel{H}\, \cancel{2\pi} = \frac{\sigma_0\, \cancel{2\pi}\, \cancel{R}\, \cancel{H}}{\varepsilon_0}$$

$$E \begin{cases} \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0} & \text{AFUERA DEL CILINDRO} \\ 0 & \text{ADENTRO (XQ ES HUECO)} \end{cases}$$

HOJA N° 12

FECHA

14

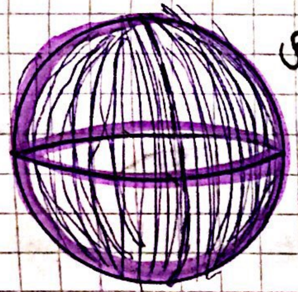
3 DISTRIBUCIONES ESFERICAS (TODAS DE RADIO R)

A) $\rho = 2\ \mu C$.

B) $\rho = 2R^3\ \mu/C$ (DEPENDE DE R)

C) $\rho = 2 \cos\varphi\ \mu C$ $(0 \leq \varphi \leq 2\pi)$

DISTRIBUCIÓN (A)



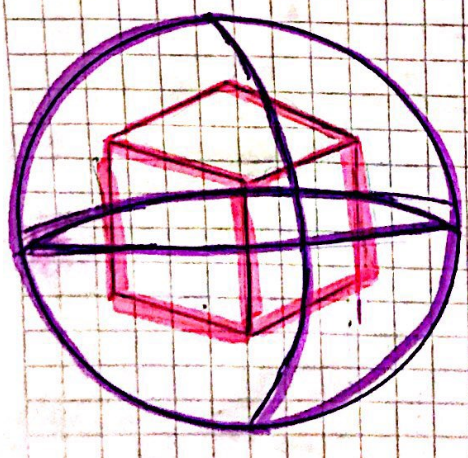
$\rho = 2\mu C$

A $E(\check{R}) = \begin{cases} 2\times 10^{-6} C \dfrac{A^3}{3R^2\varepsilon_0} & \text{Sii } R>A \\ 2\times 10^{-6} C \cdot \dfrac{R}{3\varepsilon_0} & \text{Si } R<A \end{cases}$

(COMO EJ 13 C)

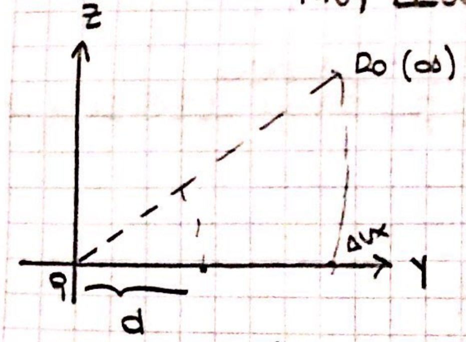
B SI ES VALIDO GAUSS

C – FLUJO ATRAVES DE UN CUBO CENTRADO EN LA ESFERA



17

Q (0 0 0). CALCULAR W PARA TRAER A Q_0 DESDE MUY LEJOS HASTA LA POSICION D (DE Q)



EL TRABAJO NO DEPENDE DEL CAMINO XQ SON FUERZAS CONSV.

$$W = -\int_{\infty}^{d} \vec{E}\, d\vec{l} = V(R_F) - V(R_0) \rightarrow V(\infty) = 0 \text{ (REF)}$$

$$V(R_F) = \cancel{-\int_{Q}^{AUX} E\, d\vec{R}} - \int_{AUX}^{R_F} E\, d\vec{R} \longrightarrow -\int_{\infty}^{d} kQ \frac{1}{y^2}\, dy = \frac{kQ}{D}$$

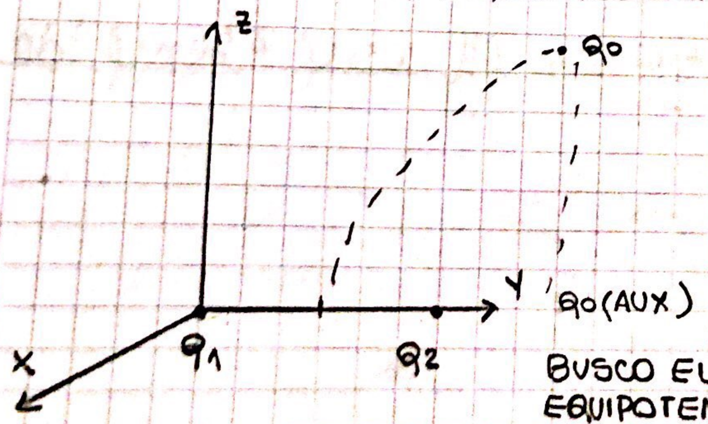
0 × EQUIPOT

$$W = \Delta V \cdot Q = \frac{kQ}{D} \cdot Q_P = \frac{QQ_P}{4\pi\varepsilon_0 D}$$

18

DOS CARGAS PUNTUALES Q_1 Y Q_2 ESTAN A UNA DISTANCIA d

A- HALLAR W PARA TRAER A Q_0 DESDE ∞ A O $\frac{d}{2}$



BUSCO EL EQUIPOTENCIAL

$Q_1 = (0\ 0\ 0)$

$Q_2 = (0\ d\ 0)$

$Q_0 = (x\ y\ z)$

$$V(\infty) = 0 \text{ DEF}$$

$$\Delta V = V(R_F) - V(R_0) = V(R_F)$$

$$\Delta V = -\cancel{\int_{R_0}^{R_{AUX}} \bar{E}\, d\bar{R}} - \int_{R_{AUX}}^{R_F} E\, d\bar{R}$$

(0 X SUP EQUIPOT)

$$\Delta V = -\int_{AUX}^{F} \bar{E}\, d\bar{R} \rightarrow \text{PARA N CARGAS PUNTUALES}$$

$$V(R_F) = \sum_{1}^{2} \frac{kQ_i}{|R_F - R_i|}$$

$$V(R_F) = \frac{kQ_1}{d/2} + \frac{kQ_2}{d/2} = \frac{k(Q_1+Q_2)}{d/2}$$

$$W = \frac{Q(Q_1+Q_2)}{4\pi\varepsilon_0 (d/2)}$$

B - QUE PASA SI LAS CARGAS → = VALOR ABS
↘ SIGNO ≠

C _ SI TODAS LAS CARGAS SON IGUALES $(Q_1 = Q_2)$

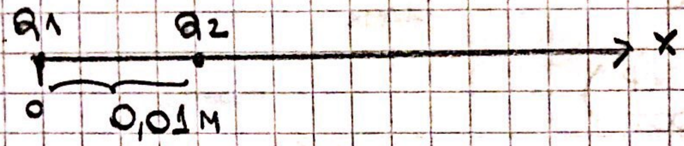
$$W = \frac{2QQ}{4\pi\varepsilon_0 (d/2)} = \frac{QQ}{\pi\varepsilon_0 d}$$

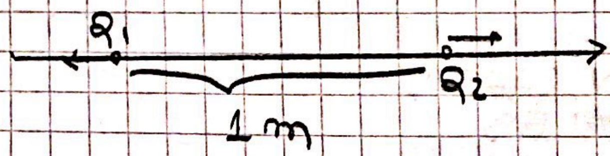
19

A- 2 PROTONES → SEPARADOS POR 1 cm EN REPOSO

V CUANDO SE ALEJARON 1 M

↓ LAS SUPONGO A AMBAS (+)





$$W^{EL} = M_p V_p^2 \qquad \begin{cases} Q_p = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C \\ M_p = 1{,}67 \times 10^{-27}\ kg \end{cases}$$

$$W_1 = Q \int_{0{,}01}^{1} kQ \frac{1}{x^2}\, dx = \frac{Qp^2}{4\pi\varepsilon_0} \left(-\frac{1}{R} \right)\Bigg|_{0{,}01}^{1} = \frac{99\,Qp^2}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\frac{99\,Qp^2}{4\pi\varepsilon_0} = M_p V_p^2$$

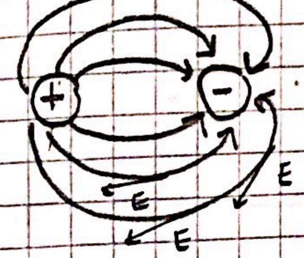
$$V_p = 3{,}69\ m/s$$

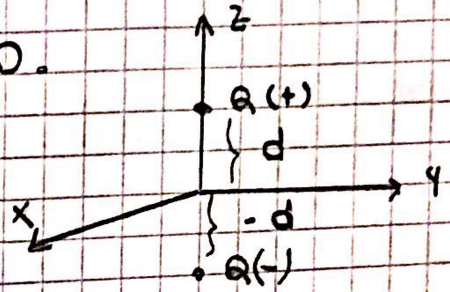
B- CUANDO ESTAN MUY SEPARADOS (∞)

$$W_E = \frac{Qp^2}{4\pi\varepsilon_0} \left(\cancel{-\frac{1}{\infty}}^{\,0} + \frac{1}{0{,}01} \right) = \frac{Qp^2}{0{,}01\, 4\pi\varepsilon_0}$$

$$V_P = 3{,}71\ M/s$$

20 HALLAR COMPONENTES DE $\bar{E}$ DE UN DIPOLO EN TODO EL ESPACIO.





SON DOS CARGAS PUNTUALES $Q_1(+)$ $Q_2(-)$

ASI QUE HAGO SUPERPOSICIÓN (SUMA DE CAMPOS)

COULOMB

R = PUNTO CAMPO (DONDE QUIERO CALCULAR E) = (X Y Z)

R' = PUNTO FUENTE (LA CARGA) = (0 0 d) SI Q(+)

(0 0 -d) SI Q(-)

$$E(R) = \frac{KQ\,(R-R')}{|R-R'|^3}$$

PARA Q(+)

$$KQ \frac{R-d}{|R-d|^3}\check{z} + KQ \frac{R+d}{|R+d|^3}\check{z}$$

A- DETERMINAR ΔV ENTRE DOS PUNTOS DEL ESPACIO

$$\Delta V = -\int \bar{E}\, d\bar{r}$$

$$\Delta V = -KQ\int_A^B \frac{R-d}{|R-d|^3}\check{z}\, dR - \int_A^B \frac{R-d}{|R-d|^3}\check{z}\, dR$$

$$\Delta V = KQ\left[\frac{1}{B-d} - \frac{1}{A-D} - \frac{1}{B+D} + \frac{1}{A+D}\right]$$

B- $\Delta V = -\int_0^B \bar{E}\, d\bar{R} = \left[\frac{1}{B-D} - \frac{1}{B+D} \right]$ LA PARTE DE A DESAPARECE

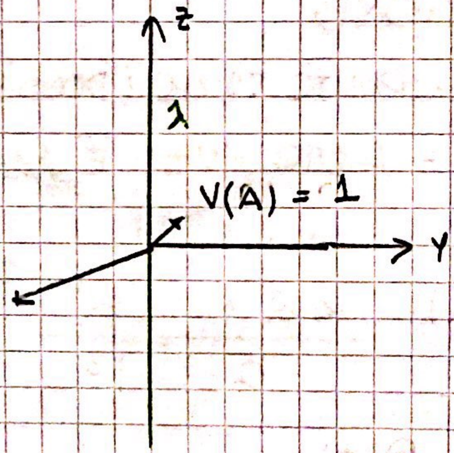
C-

22

ΔV ENTRE DOS PUNTOS A/B

A- PARA UN HILO ∞ $\rightarrow$ COMO ES NO ACOTADO BUSCO UNA DEF $\neq$ DEL ∞

$$E(R) = \frac{\lambda_0}{2\pi R \varepsilon_0} \check{R}$$



$$\Delta V = -\int \bar{E}\, d\bar{L}$$

$$\Delta V = -\int_A^B \frac{\lambda_0}{2\pi R \varepsilon_0} \check{R}\, dR\, \check{R}$$

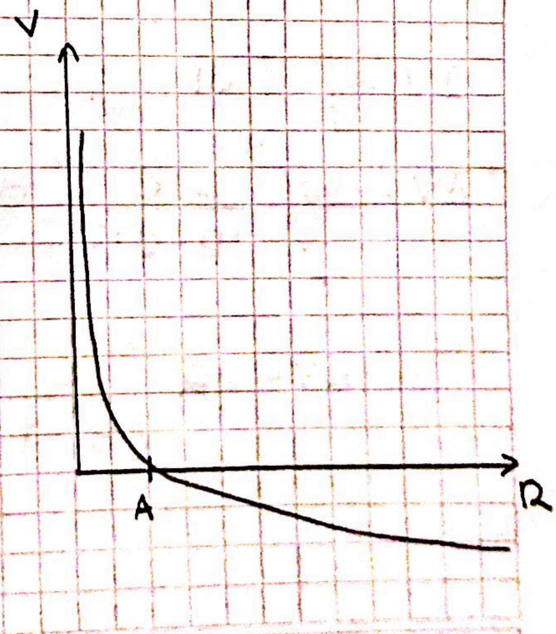
$$\Delta V = -\frac{\lambda_0}{2\pi \varepsilon_0} \int_A^B \frac{1}{R}\, dR$$

$$\Delta V = -\frac{\lambda_0}{2\pi \varepsilon_0} \cdot \left(\ln(B) - \overset{0}{\cancel{\ln(A)}} \right)$$

$$\Delta V = -\frac{\lambda_0}{2\pi \varepsilon_0} \ln(B)$$

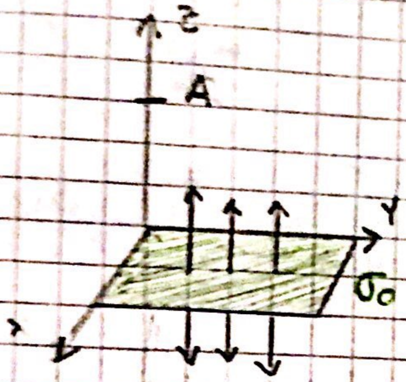
$$V(B) - \underset{0}{\cancel{V(A)}} = -\frac{\lambda_0}{2\pi \varepsilon_0} \ln(B)$$

$$V(B) = -\frac{\lambda_0}{2\pi \varepsilon_0} \ln(B)$$



Scanned with CamScanner

B- PLANO ∞ $\rightarrow$ COMO NO ES ACOTADO LA REF $\neq \infty$



$$E(R)\begin{cases}\dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} & \text{sii } z>0\\[2ex] \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} & \text{sii } z<0\end{cases}$$

$V(A)=0$

$\Delta V = -\int \bar{E}\,\bar{dL}$ → ME MUEVO COLINEAL AL CAMPO

TANTAS INTEGRALES COMO CAMPOS

$V(B)-V(A) = -\int E\,dL$ $\qquad$ A → REFERENCIA

Si $B>0$

$$\Delta V = -\int_A^B \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\check{z}\,dz\,\check{z} = -\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}(B-A)\,\check{z}$$

Si $B<0$

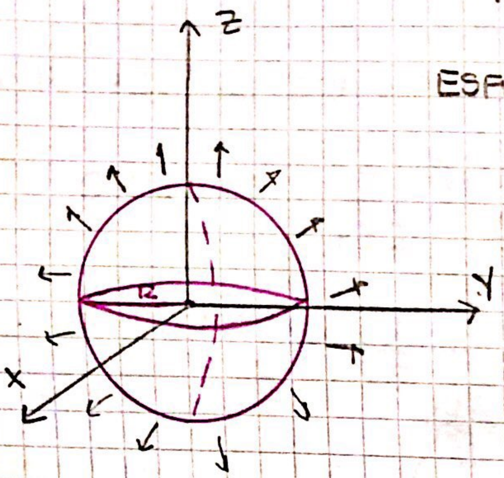
$$\Delta V = -\int_A^0 \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\check{z}\,dz\,\check{z} + \int_0^B \frac{-\sigma_0}{2\varepsilon_0}\check{z}\,dz\,\check{z} =$$

$$\Delta V = -\left[-\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}A - \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}B\right] = -\,-\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}(A+B) = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}(A+B)$$

$$\Delta V = \begin{cases}-\dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}(B-A)\check{z} & \text{sii } B>0\\[2ex] \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}(A+B)\check{z} & \text{sii } B<0\end{cases}$$

Scanned with CamScanner

C- DISTRIBUCION ESFERICA CON ρ_0



ESFERA ACOTADA → TOMO REF EN ∞

$R(\infty) = 0$

$$E(R) \begin{cases} \rho_0 \dfrac{A^3}{3R^2\varepsilon_0} & \text{Sii } R > A \\ \rho_0 \dfrac{R}{3\varepsilon_0} & \text{Si } R < A \end{cases}$$

R < A (AFUERA)

$$\Delta V = -\int \bar{E}\, d\bar{L}$$

$$V(R) - \cancel{V(\infty)}^{0} = -\int_{\infty}^{R} \rho_0 \frac{R}{3\varepsilon_0} \check{R}\, dR\, \check{R} = \frac{1}{2}\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} R^2 \Big|_{\infty}^{R}$$

$$\Delta V = \rho_0 \frac{R^2}{6\varepsilon_0}$$

R > A (ADENTRO)

$$\Delta V = \int \bar{E}\, d\bar{L}$$

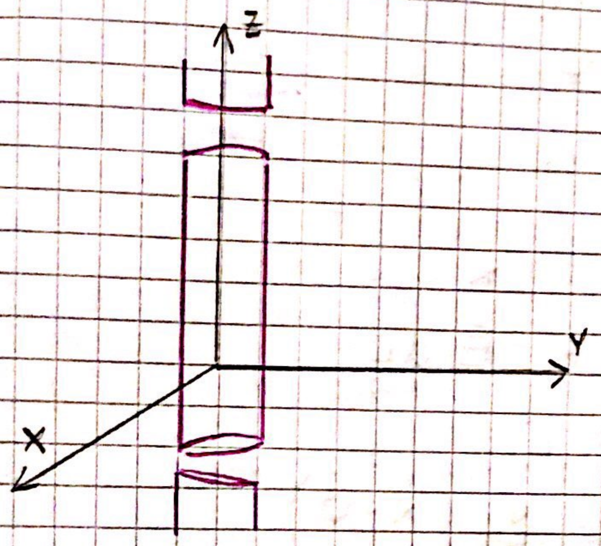
$$V(A) - \cancel{V(\infty)}^{0} = -\left[\int_{\infty}^{R} \rho_0 \frac{R}{3\varepsilon_0} \check{R}\, dR\, \check{R} + \int_{R}^{A} \rho_0 \frac{A^3}{3R^2\varepsilon_0} \check{R}\, dR\, \check{R}\right]$$

$$-\left[\rho_0 \frac{R^2}{6\varepsilon_0} + \rho_0 \frac{A^3}{3R\varepsilon_0}\cancel{R} - \rho_0 \frac{A^3}{3R\varepsilon_0} A\right]$$

$$\Delta V = -\left[\rho_0 \frac{R^2}{6\varepsilon_0} + \rho_0 \frac{A^3}{3\varepsilon_0} - \rho_0 \frac{A^4}{3R\varepsilon_0}\right]$$

NOTA

D- DISTRIBUCION CILINDRICA ∞ CON σ_0

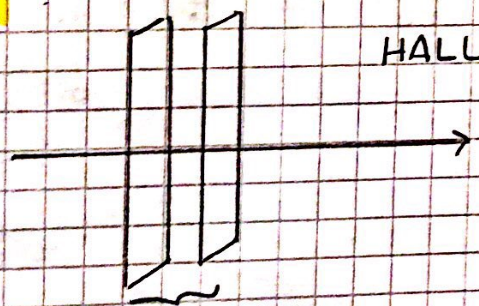


$V(0) = 0 \;\text{+ REF}$

$$E(R) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \check{R}$$

$$\Delta V = \int_0^R \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \check{R}\, dR \check{R} = \frac{\sigma_0 R}{\varepsilon_0}$$

23



$d = 0{,}1\,cm$

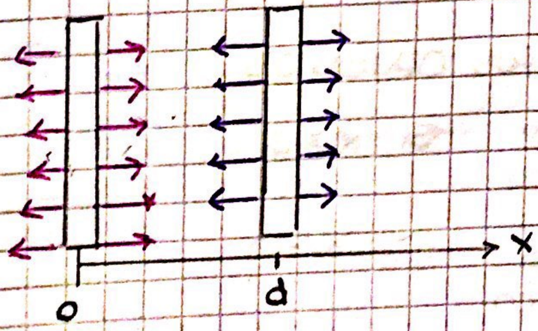
HALLAR $\bar{E}$ Y ΔV

$$E(R) \begin{cases} \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} & \text{SI } x>0 \\ -\dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} & \text{SI } x<0 \end{cases}$$

A- AMBOS TIENEN $\sigma^+ = 50\, NC/M^2$ $(V(0) = 0)$

PRINCIPIO DE SUP $= E_T = E_1 + E_2$

EN ESTE CASO



EN ESTE CASO, AMBOS PLANOS TIENEN EL MISMO $\bar{E}$, ENTONCES ENTRE LAS DOS PLACAS EL CAMPO ES CERO

$$E(R)\begin{cases} 0 & \text{sii} \quad 0<x<d \\ 2\dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\check{x} & \text{sii} \quad x>d \\ -2\dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\check{x} & \text{sii} \quad x<0 \end{cases}$$

$x>d \qquad V(0)=0$

$$\Delta V = V(x) - \cancel{V(0)} = \cancel{\int_0^d \bar{E}\, d\bar{L}} + \int_d^x \bar{E}\, dL$$

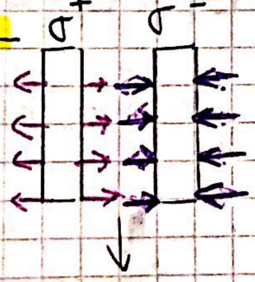
$$V(x) = \int_d^x \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\,dx = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}x\Big|_d^x = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}(x-d)$$

$x<0$

$$\Delta V = V(x) - V(0) = -\int_0^{-x} \bar{E}\, dL = \int_0^{-x} -\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\,dx = -\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}x\Big|_0^{-x} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}x$$

$$\Delta V\begin{cases} 0 & \text{si} \quad 0<x<d \\ -\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}(x-d) & \text{sii} \quad x>d \\ \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}x & \text{sii} \quad x<0 \end{cases}$$

B- σ^+ σ^-

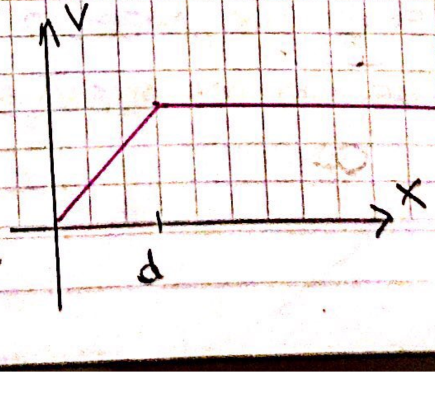


AHORA TIENEN CAMPOS OPUESTOS

$$E(x)\ (\sigma^+ \text{ y } \sigma^-) = \begin{cases} \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} & \text{si } x>0 \\ -\dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} & \text{si } x<0 \end{cases}$$

EN ESTE CASO SOLO VA A HABER CAMPO ENTRE LAS PLACAS

$\hookrightarrow + \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$



NOTA

$$\Delta V = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}d$$